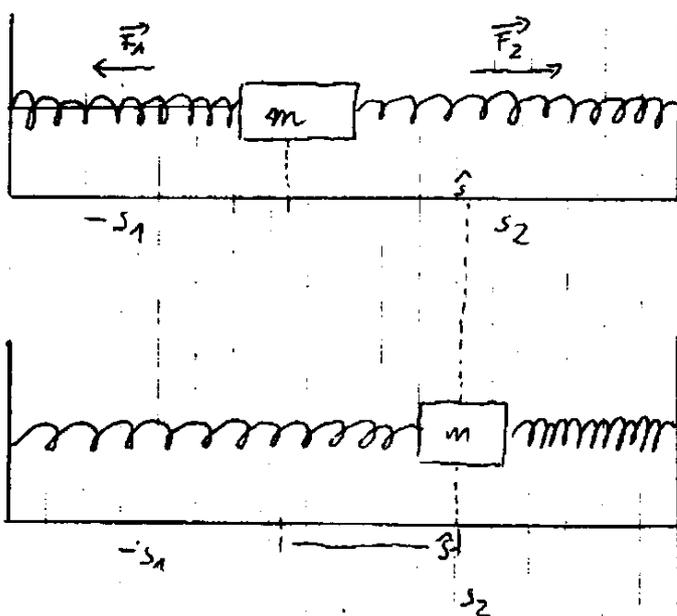


PRAKTIKUM I – Physik-Leistungskurs 2000/2002
 Stufe 12.1
 Mechanische Schwingungen – Horizontales Federpendel

1. Teilnehmer in der Gruppe III

Zhang Yi
 Boris Bull
 Eike Biehler

2. Theoretische Betrachtung



An der obigen Grundskizze können die wesentlichen theoretischen Punkte erläutert werden.

In der Gleichgewichtslage (Fall I, ganz oben) besteht Kräftegleichgewicht. Das bedeutet, dass der Betrag der nach links ziehenden Kraft F_1 und der Betrag der nach rechts ziehenden Kraft F_2 gleich sind. Mit $F=D \cdot s$ und Beachtung der Vorzeichen ergibt sich:

$$\begin{aligned} D_1 s_1 &= D_2 s_2 \\ -D_1 s_1 + D_2 s_2 &= 0 \end{aligned}$$

Wird der Wagen mit der Masse m nun ausgelenkt (Fall II, unter Fall I), so ergibt sich für die resultierende Kraft:

$$\begin{aligned} F_{\text{Res}} &= F'_1 + F'_2 = \\ &= -D_1(s_1 + \hat{s}) + D_2(s_2 - \hat{s}) = \\ &= -D_1 \cdot s_1 - D_1 \cdot \hat{s} + D_2 \cdot s_2 - D_2 \cdot \hat{s} = \\ &= -(D_1 + D_2) \cdot \hat{s} \end{aligned}$$

An jedem Ort s gilt: $F_{\text{Res}} = -(D_1 + D_2) \cdot s$

Für die Beschleunigungskraft wiederum gilt:

$$F_{\text{Ress}} = m \cdot a = m \cdot \ddot{s}$$

Dies führt auf die Differentialgleichung

$$m \cdot \ddot{s} = -(D_1 + D_2) \cdot s$$

$$\ddot{s} = -(D_1 + D_2) \cdot s / m$$

Diese Differentialgleichung wird gelöst durch die Gleichung

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

wobei für ω (die Winkelgeschwindigkeit) gilt: $\omega = \sqrt{\frac{(D_1 + D_2)}{m}} = \sqrt{\frac{D}{m}}$

\hat{s} steht für die maximale Auslenkung, φ für die Phasenverschiebung

Aus der Gleichung

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

folgen für Geschwindigkeit und Beschleunigung:

$$v(t) = s'(t) = \hat{s} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$a(t) = \ddot{s}(t) = -\hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Aus der Definition des Sinus folgt für die Periodendauer T: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{D}{m}}$

Für den Phasenwinkel φ gilt:

$$\varphi = 0 \quad \text{wenn } s(0) = 0$$

$$\varphi = \pi/2 \quad \text{wenn } s(0) = \hat{s} \text{ ist, woraus für } s(t) \text{ gilt: } s(t) = \hat{s} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Er lässt sich berechnen durch

$$s(0) = \hat{s} \cdot \sin \varphi \Rightarrow \varphi = \sin^{-1} \left(\frac{s_0}{\hat{s}} \right)$$

3. Fragestellungen

- Berechnung der Periodendauer durch Masse und Federhärte
- Nachweis der Unabhängigkeit der Periodendauer von der Auslenkung
- Berechnung der Masse durch Federhärte und Periodendauer
- Berechnung der Federhärte durch Periodendauer / Masse

4. Versuchsaufbau

I Benötigte Materialien

1 Rollbahn

1 Wagen der Masse 500 g

zwei Stative, jeweils mit Querstativ zur Befestigung der Feder

2 Stoppuhren

diverse Gewichte

Metermaß

Waage

2 Federn mit den Federhärten 39,0 N/m bzw. 21,2 N/m¹ sowie weitere Federn

II Versuchsaufbau (Skizze / Beschreibung)



Links und rechts werden die Federn über ein Querstativ an an den Tischkanten befestigte Stative festgehalten. Die Federn selbst sind mit einem Wagen verbunden, der auf der Rollbahn hin- und herfährt. Der Schwerpunkt (schwarzer Punkt) des Wagens (500 g) befindet sich unterhalb der Rollbahn; hier ist ein Gewicht angebracht – außerdem können weitere Gewichte befestigt werden.

III.a Versuch zur Überprüfung der Periodendauer in Abhängigkeit von Masse und Federhärte

iii) Besonderheiten

1. Die Befestigung der Federn entwickelte sich zum Problem, da die Federn nicht an den Rändern der Bahn fest gemacht werden konnten. Deshalb musste über den Umweg mit Stativstangen diese Befestigung erreicht werden.
2. Aufgrund der dennoch relativ labilen Befestigung der Federn konnten große Auslenkungen nicht angewandt werden, da der Wagen ansonsten aus der Bahn sprang.

iv) Versuchsdurchführung

In den ersten drei Messreihen lenkten wir den Wagen jeweils um 0,05 m aus und stoppten dann jeweils zehn Schwingungen. In der vierten Messreihe wurde anhand beliebiger Auslenkungen die Unabhängigkeit der Periodendauer von der Auslenkung untersucht.

Pro Gewicht wurden sechs bis zehn Messungen (drei bis fünf Messungen von zwei Personen) durchgeführt. Die Werte stimmten nicht überein, deshalb meist ein Durchschnittswert ermittelt.

¹ Die Federhärten wurden gemessen, indem Auslenkung der Federn ohne Gewicht und mit einem Gewicht von $m = 203$ g verglichen und dann über die Formel $D = F / s$ berechnet wurden.

Für die Feder 1 (39,0 N/m) galt:

Auslenkung ohne Gewicht: 24,1 cm

Auslenkung mit Gewicht: 29,2 cm

Federhärte $D = F / s = (0,203 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N / kg}) / 0,051 \text{ m} = 39,0 \text{ N / m}$

Für die Feder 2 (21,2 N / m) galt:

Auslenkung ohne Gewicht: 22,8 cm

Auslenkung mit Gewicht: 32,4 cm

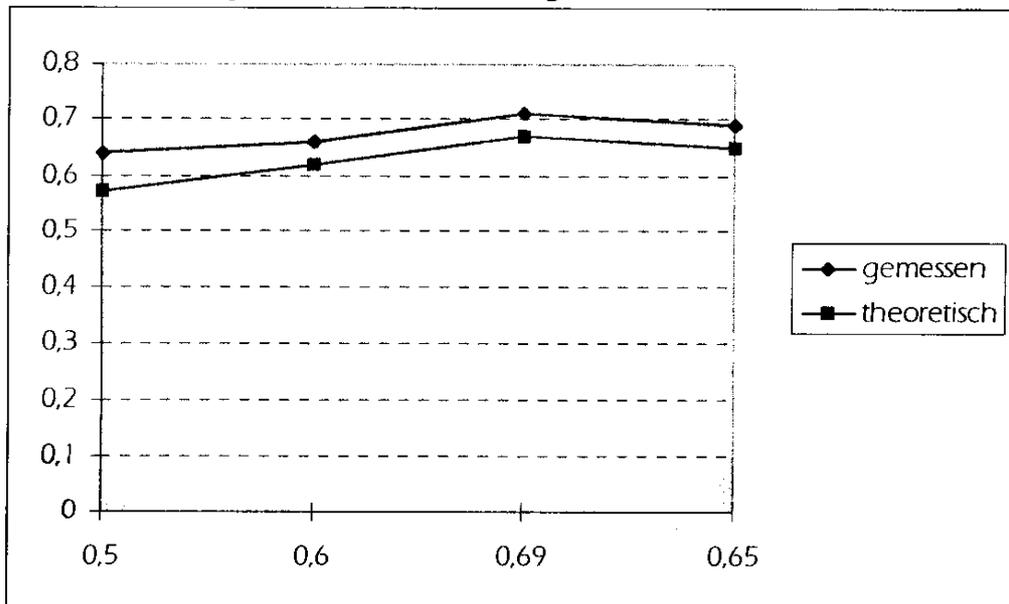
Federhärte $D = F / s = (0,203 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N / kg}) / 0,094 \text{ m} = 21,2 \text{ N / m}$

v) Messungen

Masse	500 g	599 g	694 g	649 g
Federhärten (gesamt)	60,2 N / m	60,2 N / m	60,2 N / m	60,2 N / m
gemessene Dauer von zehn Schwingungen (in s)	6,16 / 6,92 / 6,40 / 6,35 / 6,47 / 6,38 / 6,29	6,63 / 6,60 / 6,72 / 6,69 / 6,62 / 6,50	(7,47) / (7,37) / (7,40) – jeweils zu früh mit der Messung begonnen / 7,00 / 7,09 / 7,05 / 7,06 / 7,15	6,93 / 6,87 / 6,82 / 6,99
Durchschnitt für eine Schwingung	0,64 s	0,66 s	0,71 s	0,69 s
theoretischer Wert anhand der Formel $T = 2\pi\sqrt{m/D}$	0,57 s	0,62 s	0,67 s	0,65 s
Abweichung	0,07 s (12,2 %)	0,04 s (6,5 %)	0,04 s (6,0 %)	0,04 s (6,2 %)

vi) Auswertung

Unsere Messungen (Abweichungen im Bereich von unter einer Zehntelsekunde pro Schwingung) waren stets über dem theoretischen Wert. Dies ist u. a. auf Reibung zurückzuführen. Außerdem wurden folgende Fehler gemacht, deren Bewertung ebenfalls ins Gesamtergebnis einfließen muss:



vii) Fehlerquellen

1. Reibung (s. o.)
2. Es dürfte eine Reihe von Messfehlern gemacht worden sein, a) Ablesefehler bei der Berechnung der Federhärte, b) Zeitmessung (zu früh / zu spät gestoppt, Reaktionszeit, usw.), c) Gewicht (durch Waage vermutlich relativ wenig, möglicherweise Beeinflussung durch Magneten)

III. b Versuch zur Überprüfung der Masse in Abhängigkeit von der Federhärte und der Periodendauer

iii) Besonderheiten

Der Magnet, der als Gewicht benutzt wurden, beeinflusste die Waage, was besonders das erste Ergebnis verfälschte, da hier ohne Beachtung dieser Besonderheit das Gewicht gemessen wurde und der Versuch nach Aufdecken dieser Fehlerquelle nicht rekonstruiert werden konnte.

iv) Versuchsdurchführung

Die Auslenkung war beliebig, sonst entsprechend III. a mit vertauschten Gegebenheiten

v) Messungen

Federhärte	60,2 N / m	60,2 N / m
gemessene Periodendauern bei zehn Schwingungen (in s)	6,83 / 6,72 / 6,75 / 6,70	6,75 / 6,81 / 6,69 / 6,71 / 6,96 / 6,97 / 6,90 / 6,69 / 6,72 / 6,77
Mittelwert	0,68 s	0,68
daraus berechnet: Masse	705 g	705 g
tatsächlicher Wert der Masse	nicht rekonstruierbar ²	636 g
Abweichung	-	79 g (12,4 %)

vi) Auswertung

Der relativ große Fehler zeigt die Schwierigkeit bei der Messung.

vii) Fehlerquellen

1. Die meisten Fehlerquellen wurden bereits in III. a. vii) erwähnt; allerdings ist hier der Messfehler durch das Wiegen des Magneten deutlich größer
2. Zum Fehler beigetragen haben dürften eventuell auch Unachtsamkeiten und Ungenauigkeit, die auf den wachsenden Zeitdruck während des Praktikums zurückzuführen sind.

² Der Fehler entstand hier dadurch, dass die besondere Schwierigkeit beim Wiegen von Magneten nicht bemerkt wurde und damit ein nicht unbeträchtlicher Messfehler entstand.

III. c Versuch zur Bestimmung der Federhärte durch Periodendauer und Masse

iii) *Besonderheiten*

Es gab keine weiteren Besonderheiten außer den oben bereits genannten.

iv) *Versuchsdurchführung*

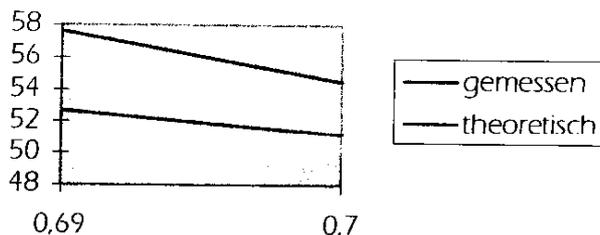
Wir benutzten verschiedene Federn und bestimmten bei gleichen Massen die Periodendauer, um daraus die Federhärte zu bestimmen. Die tatsächliche Federhärte wurde nachträglich über die Auslenkung mit und ohne Gewicht gezeigt.

v) *Messungen*

Masse	636 g	636 g
gemessene Periodendauern für zehn Schwingungen (in s)	7,00 / 6,80 / 6,85 / 6,86 / 6,91	6,97 / 6,96 / 6,94 / 6,88
Mittelwert	0,69 s	0,70 s
daraus berechnet: Federhärte	52,7 N / m	51,2 N / m
genauer bestimmte Federhärte	57,6 N / m ³	54,5 N / m ⁴
Abweichung	4,9 N / m (8,5 %)	3,3 N / m (6,1 %)

vi) *Auswertung*

Trotz Zeitdruckes wurden hier noch recht gute Ergebnisse erreicht. Die im Versuch jeweils zu niedrig gemessene Federhärte lässt sich ebenfalls mit Reibung erklären (mit weniger Reibung wäre die Periodendauer kürzer gewesen, was die Federhärte erhöht).



vii) *Fehler*

Fehler wurden die gleiche gemacht wie in den Teilversuchen a) und b), vermutlich kommt hier der Messfehler beim Ablesen zur Bestimmung der Federhärte über die Auslenkung stärker zum Tragen, da diese Auslenkung ebenfalls sehr schnell abgelesen werden musste.

VI. Schlussbemerkung

Obwohl wir drei noch keine Erfahrung mit der Durchführung von Praktika hatten, sind unsere Ergebnisse relativ nah an der Theorie. Die meisten Abweichungen lassen sich

³ Für die Feder 3 wurde ohne Gewicht eine Auslenkung von 38,1 cm, mit Gewicht ($m = 200$ g) eine Auslenkung von 43,5 cm gemessen. Daraus folgt eine Federhärte von 36,3 N / m.

Für die Feder 4 wurde ohne Gewicht eine Auslenkung von 23,2 cm, mit Gewicht ($m = 200$ g) eine Auslenkung von 32,4 cm gemessen. Daraus folgt eine Federhärte von 21,3 N / m.

Die beiden Federn zusammen genommen ergeben sie eine Gesamtfederhärte von 57,6 N / m.

⁴ Für die Feder 5 wurde ohne Gewicht eine Auslenkung von 14,2 cm, mit Gewicht ($m = 200$ g) eine Auslenkung von 23,2 cm gemessen. Daraus folgt eine Federhärte von 21,8 N / m.

Für die Feder 6 wurde ohne Gewicht eine Auslenkung von 22,0 cm, mit Gewicht ($m = 200$ g) eine Auslenkung von 28,0 cm gemessen. Daraus folgt eine Federhärte von 32,7 N / m.

Diese beiden Federn zusammen genommen ergeben sie eine Gesamtfederhärte von 54,5 N / m.

durch die unvermeidliche Reibung erklären, die auf der Rollbahn, mit der wir arbeiteten, entstehen mussten – vielleicht wäre die Benutzung der Luftkissenbahn eine Überlegung wert gewesen, auch wenn dem weitere praktische Probleme entgegen gestanden hätten (Verkantung etc.).

Leider konnten wir keine Schwingungen mit dem v-t-Schreiber aufzeichnen, da die Nachbargruppe diesen länger als geplant mit Beschlag belegt hatte. Daher konnte auch eine Untersuchung der Abnahme der Amplitude bei gedämpften Schwingungen nicht vorgenommen werden, eine Untersuchung, die eigentlich bei den interessanten Fragen noch auf dem Konzeptblatt gestanden hatte.

St. Blasien, im Oktober 2000

Zhang Yi
Boris Bull
Eike Biehler